4 Leistung bei Drehstrom

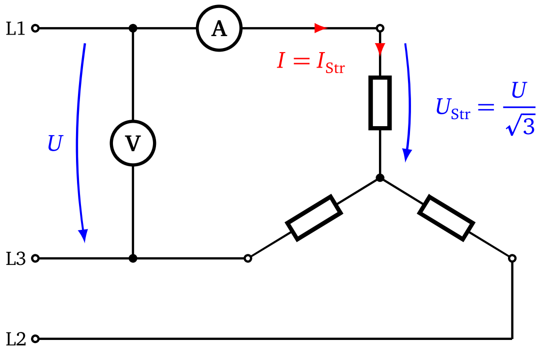
Lernziele: Sie können …

✓ die Masseinheiten von Wirk-, Blind- und Scheinleistung nennen
✓ das Leistungsdreieck aufzeichnen und damit Berechnungen korrekt lösen

4.1 Leistungsformeln

Die Drehstromleistung ist die Summe der drei Strangleistungen: $P = 3 \cdot P_{Str} = 3 \cdot U_{Str} \cdot I_{Str}$. Bei Drehstrom wird die Leistung oft nicht mit den Strangwerten U_{Str} und I_{Str}, sondern mit dem Aussenleiterstrom I und der Aussenleiterspannung U berechnet. Wenn die Belastung nicht rein ohm'sch ist, muss zusätzlich der Leistungfaktor $\cos(\varphi)$ mitberücksichtigt werden.

► Sternschaltung



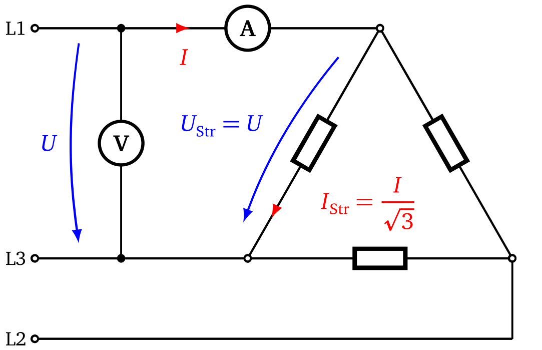
$$P = 3 \cdot P_{Str} = 3 \cdot U_{Str} \cdot I_{Str} = 3 \cdot \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot I \cdot \cos(\varphi)$$

$$= \underbrace{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}_{3} \cdot \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot I \cdot \cos(\varphi)$$

Nach dem Kürzen vom Faktor $\sqrt{3}$ folgt:

$$\Rightarrow \quad \underline{P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos(\varphi)}$$

► Dreieckschaltung



$$P = 3 \cdot P_{Str} = 3 \cdot U_{Str} \cdot I_{Str} = 3 \cdot U \cdot \frac{I}{\sqrt{3}} \cdot \cos(\varphi)$$

$$= \underbrace{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}_{3} \cdot U \cdot \frac{I}{\sqrt{3}} \cdot \cos(\varphi)$$

Nach dem Kürzen vom Faktor $\sqrt{3}$ folgt:

$$\Rightarrow \quad \underline{P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos(\varphi)}$$

Für Stern- und Dreieckschaltung können dieselben Leistungsformeln verwendet werden. Zur Bestimmung von Blind- und Scheinleistung bei Drehstrom werden die Formeln für Einphasenwechselstrom zusätzlich mit dem Verkettungsfaktor $\sqrt{3}$ multipliziert.

Leistung Drehstrom

$$\boxed{S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I}$$

$$\boxed{P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos(\varphi)}$$

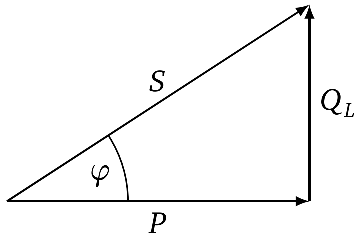
$[S]$	Scheinleistung	VA
$[P]$	Wirkleistung	W
$[U]$	Aussenleiterspannung	V
$[I]$	Aussenleiterstrom	A
$[\cos(\varphi)]$	Wirkleistungsfaktor	–

Aufgaben 4.1 bis 4.10

Beachten Sie, dass in den obigen Formeln immer die Aussenleiterspannung und der Aussenleiterstrom eingesetzt werden muss.

4.2 Leistungsdreieck

Das rechtwinklige Leistungsdreieck gilt auch bei Drehstrom. Deshalb können auch hier durch Anwenden des Lehrsatzes von Pythagoras aus zwei bekannten Leistungswerten die übrige Grösse berechnet werden.



$$\boxed{S = \sqrt{P^2 + Q_L^2}} \qquad \boxed{P = \sqrt{S^2 - Q_L^2}} \qquad \boxed{Q_L = \sqrt{S^2 - P^2}}$$

φ ist der Phasenverschiebungswinkel zwischen P und S bzw. zwischen U_{Str} und I_{Str}.

Bei einer rein ohmschen Last gibt es keine Phasenverschiebung, d.h. $\varphi = 0°$.

Übung

❶ Wie gross ist der Leistungsfaktor $\cos(\varphi)$ einer rein ohm'schen Last (z.B. Glühlampe)?

Bei rein ohm'sche Last gilt: $\varphi = 0° \quad \Rightarrow \quad \cos(\varphi) = \cos(0°) = \underline{\underline{1}}$

Bei einer rein ohm'schen Last ist der Phasenverschiebungswinkel $\varphi = 0°$, d.h. die Wirk- und Scheinleistung sind gleich gross. Blindleistung ist bei diesem Verbraucher keine vorhanden.

❷ Ein Liftmotor an 3 × 400 V hat eine elektrische Leistung von $P = 42\,\text{kW}$.
Welche Stromstärke I nimmt der Motor mit Leistungsfaktor $\cos(\varphi) = 0.7$ auf?

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos(\varphi)$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos(\varphi)} = \frac{42\,000\,\text{W}}{\sqrt{3} \cdot 400\,\text{V} \cdot 0.7} = \underline{\underline{86.6\,\text{A}}}$$

❸ Ein Drehstrommotor mit $\cos(\varphi) = 0.8$ nimmt an 3 × 400 V einen Strom von 18 A auf.
Wie gross sind a) Scheinleistung S, b) Wirkleistung P und c) Blindleistung Q?

a) $S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = \sqrt{3} \cdot 400\,\text{V} \cdot 18\,\text{A} = \underline{\underline{12\,471\,\text{VA}}}$

b) $P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos(\varphi) = \sqrt{3} \cdot 400\,\text{V} \cdot 18\,\text{A} \cdot 0.8 = \underline{\underline{9977\,\text{W}}}$

c) $Q_L = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{(12\,471\,\text{VA})^2 - (9977\,\text{W})^2} = \underline{\underline{7483\,\text{Var}}}$

Aufgaben 4.11 bis 4.34

5 Unsymmetrische Belastung

Lernziele: Sie können ...

- ✓ die Defektleistung von unsymmetrischen Stern- und Dreieckschaltungen berechnen.
- ✓ bei unsymmetrischen Sternschaltungen den N-Leiterstrom bzw. die Sternpunktverschiebung ermitteln
- ✓ bei unsymmetrischen Dreieckschaltungen die Aussenleiterströme bestimmen

5.1 Leistung bei unsymmetrischer Belastung

Drehstromschaltungen können symmetrisch oder unsymmetrisch belastet werden. Je nach Belastungsart sind die Lösungsmethoden unterschiedlich. Wir betrachten in diesem Kapitel die verschiedenen Lösungsmethoden bei unsymmetrischer Belastung. Kenntnisse in diesem Bereich sind nützlich, denn die meisten Elektroanlagen werden unsymmetrisch betrieben. Eine unsymmetrische Belastung liegt vor, wenn die drei Aussenleiterströme *nicht* gleich gross sind. Dies kann einerseits durch ungleiche Strangwiderstände und andererseits durch Fehler in einer Drehstrominstallation (z.B. Unterbruch eines Aussenleiters) entstehen.

Soll die Leistung bei unsymmetrischer Belastung berechnet werden, so muss jeder Strang einzeln betrachtet werden. Formeln wie z.B. $P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos(\varphi)$ gelten *nicht* mehr.

Bei unsymmetrischer Belastung setzt sich die Gesamtleistung aus der Summe der einzelnen Strangleistungen zusammen.

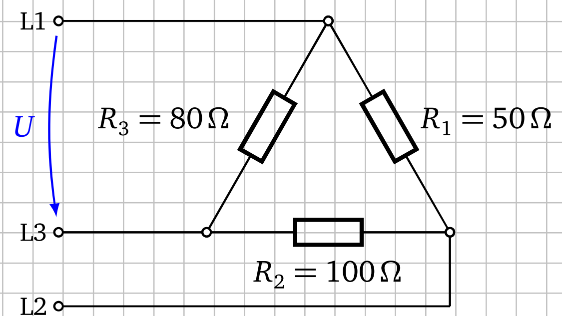
Leistung bei unsymmetrischer Belastung

$$\boxed{P = P_{\text{Str1}} + P_{\text{Str2}} + P_{\text{Str3}}}$$

$[P]$	Gesamtleistung	W
$[P_{\text{Str1}}, \ldots]$	Strangleistungen	W

Übung

❶ Drei Heizwiderstände $R_1 = 50\,\Omega$, $R_2 = 100\,\Omega$ und $R_3 = 80\,\Omega$ werden in Dreieckschaltung ans Drehstromnetz $U = 3 \times 400\,\text{V}/230\,\text{V}$ angeschlossen.
Skizzieren Sie die Schaltung und berechnen Sie die Gesamtleistung!



$$P_{\text{Str1}} = \frac{(U_{\text{Str1}})^2}{R_1} = \frac{(400\,\text{V})^2}{50\,\Omega} = \underline{3.2\,\text{kW}}$$

$$P_{\text{Str2}} = \frac{(U_{\text{Str2}})^2}{R_2} = \frac{(400\,\text{V})^2}{100\,\Omega} = \underline{1.6\,\text{kW}}$$

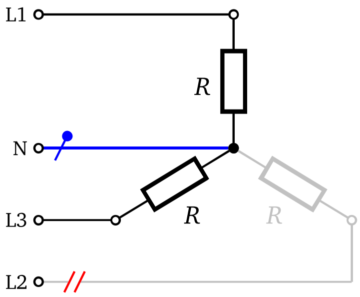
$$P_{\text{Str3}} = \frac{(U_{\text{Str3}})^2}{R_3} = \frac{(400\,\text{V})^2}{80\,\Omega} = \underline{2.0\,\text{kW}}$$

$$P = P_{\text{Str1}} + P_{\text{Str2}} + P_{\text{Str3}} = 3.2\,\text{kW} + 1.6\,\text{kW} + 2.0\,\text{kW} = \underline{\underline{6.8\,\text{kW}}}$$

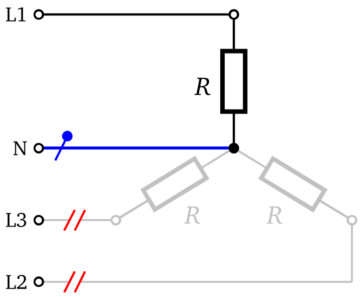
5.2 Defektleistung bei Unterbrüchen

Fällt bei einem Drehstromverbraucher ein Aussenleiteranschluss (z.B. durch Auslösen der Sicherung) oder ein Strangwiderstand aus, so wird die Gesamtleistung kleiner.
Im Folgenden wird die Leistung des fehlerlosen Drehstromverbrauchers als *Normalleistung* P_N und die Leistung des fehlerhaften, defekten Verbrauchers als *Defektleistung* P_D bezeichnet.

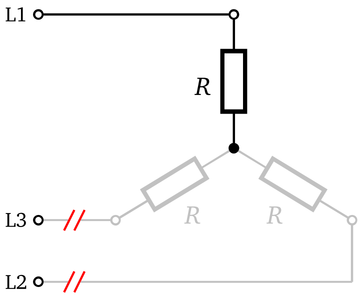
5.2.1 Defektleistung bei Sternschaltung



$$\boxed{P_\mathrm{D} = \frac{2}{3} \cdot P_\mathrm{N}}$$



$$\boxed{P_\mathrm{D} = \frac{1}{3} \cdot P_\mathrm{N}}$$



$$\boxed{P_\mathrm{D} = 0}$$

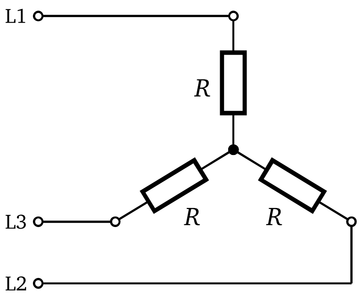
Übung

❶ Ein symmetrischer Drehstromverbraucher mit je $R = 100\,\Omega$ wird in Sternschaltung *ohne Neutralleiter* ans Drehstromnetz $U = 3 \times 400\,\mathrm{V}$ angeschlossen.

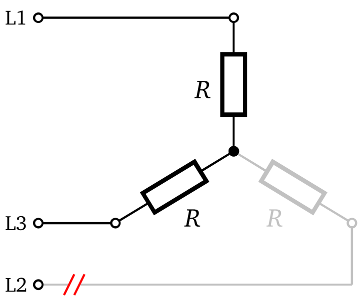
a) Berechnen Sie die Normalleistung P_N der fehlerfreien Schaltung.

b) Berechnen Sie die Defektleistung P_D, wenn der Aussenleiter L2 unterbrochen ist.

a)



b)



a)

$$P_\mathrm{N} = 3 \cdot P_\mathrm{Str} = 3 \cdot \frac{(U_\mathrm{Str})^2}{R} = 3 \cdot \frac{(230\,\mathrm{V})^2}{100\,\Omega} \approx \underline{\underline{1.6\,\mathrm{kW}}}$$

b)

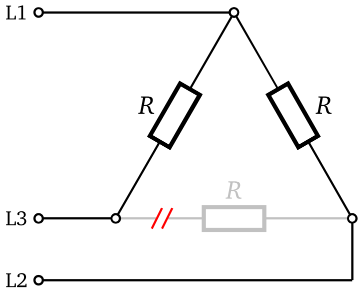
Die Schaltung wird einphasig; d.h. die beiden Widerstände liegen in Serieschaltung an 400 V.

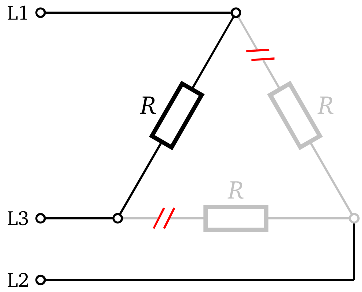
$$P_\mathrm{D} = \frac{U^2}{R_\mathrm{tot}} = \frac{U^2}{2 \cdot R} = \frac{(400\,\mathrm{V})^2}{2 \cdot 100\,\Omega} = \underline{\underline{800\,\mathrm{W}}}$$

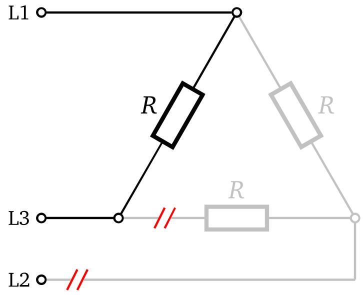
Bei der Sternschaltung (ohne N-Leiter) geht bei Ausfall eines Aussenleiters die Leistung auf die Hälfte zurück.

Somit gilt: $\boxed{P_\mathrm{D} = \frac{1}{2} \cdot P_\mathrm{N}}$

5.2.2 Defektleistung bei Dreieckschaltung







$$\boxed{P_D = \frac{2}{3} \cdot P_N} \qquad \boxed{P_D = \frac{1}{3} \cdot P_N} \qquad \boxed{P_D = \frac{1}{3} \cdot P_N}$$

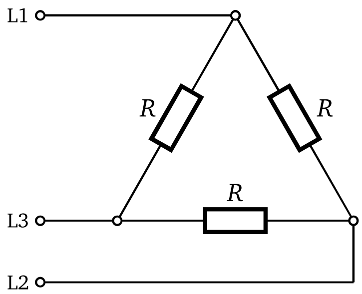
Übung

❶ Ein symmetrischer Drehstromverbraucher mit je $R = 100\,\Omega$ wird in Dreieckschaltung ans Drehstromnetz $U = 3 \times 400\,\text{V}$ angeschlossen.

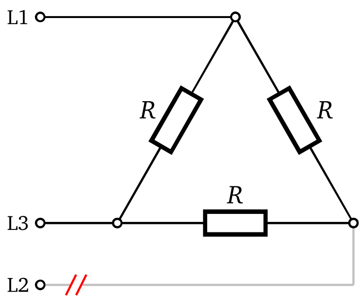
a) Berechnen Sie die Normalleistung P_N der fehlerfreien Schaltung.

b) Berechnen Sie die Defektleistung P_D, wenn der Aussenleiter L2 unterbrochen ist.

a)



b)



a)

$$P_N = 3 \cdot P_{Str} = 3 \cdot \frac{(U_{Str})^2}{R} = 3 \cdot \frac{(400\,\text{V})^2}{100\,\Omega} = \underline{\underline{4.8\,\text{kW}}}$$

b)

Die Schaltung wird einphasig; d.h. die gemischte Widerstandsschaltung liegt an 400 V.

$$R_{tot} = \frac{R \cdot 2R}{R + 2R} = \frac{100\,\Omega \cdot 200\,\Omega}{100\,\Omega + 200\,\Omega} = \underline{66.67\,\Omega}$$

$$P_D = \frac{U^2}{R_{tot}} = \frac{(400\,\text{V})^2}{66.7\,\Omega} = \underline{\underline{2.4\,\text{kW}}}$$

Auch bei der Dreieckschaltung geht bei Ausfall eines Aussenleiters die Leistung auf die Hälfte zurück.

Somit gilt: $\boxed{P_D = \frac{1}{2} \cdot P_N}$

Aufgaben 5.1 bis 5.12

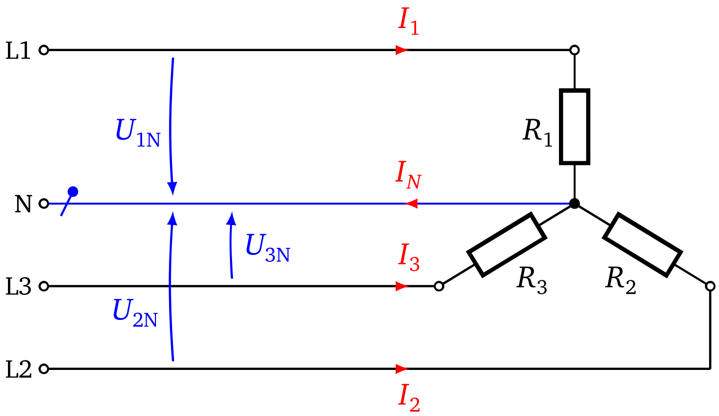
5.3 Neutralleiterstrom

Bei symmetrischer Belastung fliesst im Neutralleiter einer Sternschaltung kein Strom. In der Praxis tritt jedoch meistens eine ungleiche Belastung der drei Aussenleiter auf, d.h. der Neutralleiter muss den Ausgleichsstrom zum Erzeuger zurückführen.
Die Berechnung des Neutralleiterstromes ist anspruchsvoll. Einfacher ist es, ihn zeichnerisch durch geometrische Addition der Ströme zu ermitteln. Bedenken Sie bei dieser Lösungsart, dass die Resultate umso genauer werden, je grösser Sie die Strompfeile aufzeichnen.

5.3.1 Lösungsvariante 1: *Mercedesstern*

Übung

❶ Drei unterschiedliche Verbraucher mit $R_1 = 92\,\Omega$, $R_2 = 115\,\Omega$ und $R_3 = 46\,\Omega$ sind an einem Drehstromnetz $U = 3{\times}400\,\text{V}/230\,\text{V}$ in Sternschaltung mit Neutralleiter geschaltet. Ermitteln Sie die Stromstärke im Neutralleiter!



Vorgehensweise:

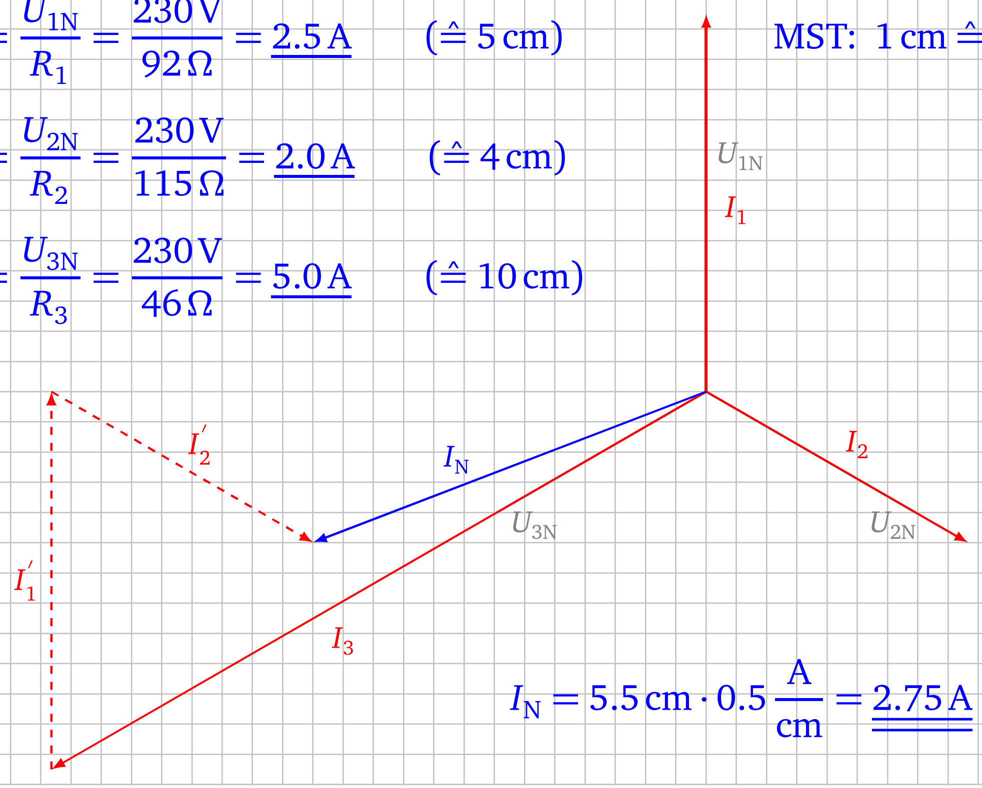
1. Aussenleiterströme I_1, I_2 und I_3 berechnen.
2. Geeigneten Massstab festlegen.
3. Länge der Stromzeiger I_1, I_2 und I_3 ermitteln.
4. Massstäbliches Aufzeichnen der drei Aussenleiterströme in Phase mit den entsprechenden Strangspannungen, die je um 120° gegeneinander verschoben sind.
5. Stromzeiger parallel verschieben, indem jeweils ein Zeigeranfang an die Zeigerspitze des vorangegangenen Zeigers gesetzt wird. (Die Reihenfolge spielt dabei keine Rolle.)
6. Der Zeiger vom Sternpunkt an die Spitze des letzten Zeigers stellt den Stromzeiger des Neutralleiterstromes dar.
7. Länge des Zeigers vom Neutralleiterstrom messen und mit gewähltem Massstab umrechnen.

$$I_1 = \frac{U_{1N}}{R_1} = \frac{230\,\text{V}}{92\,\Omega} = \underline{2.5\,\text{A}} \qquad (\hat{=}\ 5\,\text{cm})$$

MST: $1\,\text{cm} \mathrel{\hat{=}} 0.5\,\text{A}$

$$I_2 = \frac{U_{2N}}{R_2} = \frac{230\,\text{V}}{115\,\Omega} = \underline{2.0\,\text{A}} \qquad (\hat{=}\ 4\,\text{cm})$$

$$I_3 = \frac{U_{3N}}{R_3} = \frac{230\,\text{V}}{46\,\Omega} = \underline{5.0\,\text{A}} \qquad (\hat{=}\ 10\,\text{cm})$$



$$I_N = 5.5\,\text{cm} \cdot 0.5\,\frac{\text{A}}{\text{cm}} = \underline{\underline{2.75\,\text{A}}}$$