1.4.1 Zehnerpotenzen

Kommt in einem Produkt immer derselbe Faktor vor, so schreibt man das Produkt in der Potenzschreibweise. Zahlen in der Form 10^4 heissen Zehnerpotenzen.

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4 \qquad \text{sprich: 'Zehn hoch Vier'}$$

Die Hochzahl (= Exponent) gibt an, wie viel Mal der Faktor 10 mit sich selbst multipliziert werden muss. Das ausgerechnete Produkt nennt man Potenzwert.

Rechenregel:

Begriffe: $\text{Basis}^{\text{Exponent}} = \text{Potenzwert}$ z.B. $10^3 = 1000$

Untenstehende Übersicht zeigt Zehnerpotenzen mit positiven und negativen Hochzahlen:

10^3	$= 10 \cdot 10 \cdot 10$	1 000	Eins mit 3 Nullen
10^2	$= 10 \cdot 10$	100	Eins mit 2 Nullen
10^1	$= 10$	10	Eins mit 1 Null
10^0	$= 1$	1	Eins mit 0 Nullen
10^{-1}	$= \frac{1}{10}$	0.1	Eins an der 1. Nachkommastelle
10^{-2}	$= \frac{1}{10 \cdot 10} = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$	0.01	Eins an der 2. Nachkommastelle
10^{-3}	$= \frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$	0.001	Eins an der 3. Nachkommastelle

Rechenregel:

Bei Zehnerpotenzen gibt die *positive* Hochzahl die Anzahl der Nullen der Zahl an.
Bei Zehnerpotenzen gibt die *negative* Hochzahl die Anzahl der Nachkommastellen an.

Übung:

❶ Schreiben Sie die Zahlen mit Zehnerpotenzen.

a) $10\,000 =$ 10^4

b) $0.01 =$ 10^{-2}

c) $1\,000\,000 =$ 10^6

d) $0.000\,01 =$ 10^{-5}

e) $8\,000 =$ $8 \cdot 1000 = 8 \cdot 10^3$

f) $0.07 =$ $7 \cdot 0.01 = 7 \cdot 10^{-2}$

g) $0.000\,95 =$ $9.5 \cdot 10^{-4}$

h) $760\,000 =$ $7.6 \cdot 10^5$

i) $0.00127 =$ $1.27 \cdot 10^{-3}$

Aufgabe 21

2.6 Ausmultiplizieren

Wird ein gesamter Summenterm multipliziert, spricht man von *ausmultiplizieren*.

Beispiel: $3 \cdot (a+2b) = (a+2b)+(a+2b)+(a+2b) = \underline{\underline{3a+6b}}$

$$3 \cdot (a+2b)$$

Man multipliziert eine Zahl mit einer Summe, indem man jeden Summanden mit der Zahl multipliziert.

$3 \cdot (a+2b) = 3 \cdot a + 3 \cdot 2b = \underline{\underline{3a+6b}}$

Beispiel:

Multiplizieren Sie folgende Terme.

$6 \cdot (3x+2y) = \underline{\underline{18x+12y}}$

$(-2a) \cdot (3b+2c) = \underline{\underline{-6ab-4ac}}$

$3a \cdot (5b-2c+4) = \underline{\underline{15ab-6ac+12a}}$

Es ist auch möglich, zwei Summenterme miteinander zu multiplizieren.

$$(a+2b) \cdot (3c-4d)$$

Zwei Summen werden miteinander multipliziert, indem man jeden Summanden der einen Summe mit jedem Summanden der anderen Summe multipliziert.

$(a+2b) \cdot (3c-4d) =$

$a \cdot 3c + a \cdot (-4d) + 2b \cdot 3c + 2b \cdot (-4d) =$

$\underline{\underline{3ac-4ad+6bc-8bd}}$

Beispiel:

Multiplizieren Sie folgende Summenterme.

$(x+2y)(a+b) = \underline{\underline{ax+bx+2ay+2by}}$ Variabeln sind *alphabetisch* zu *ordnen*!

$(a-2b)(3c-2b) = \underline{\underline{3ac-2ab-6bc+4b^2}}$

Übung:

❶ Multiplizieren Sie die Summenterme aus.

a) $9 \cdot (3x+7y) =$

$\underline{\underline{27x+63y}}$

b) $6a \cdot (5b-8) =$

$\underline{\underline{30ab-48a}}$

c) $(9a-3)(b-4) =$

$\underline{\underline{9ab-36a-3b+12}}$

d) $(3y+8)(y-7) =$

$3y^2-21y+8y-56 =$

$\underline{\underline{3y^2-13y-56}}$

Aufgabe 63

3 Gleichungen

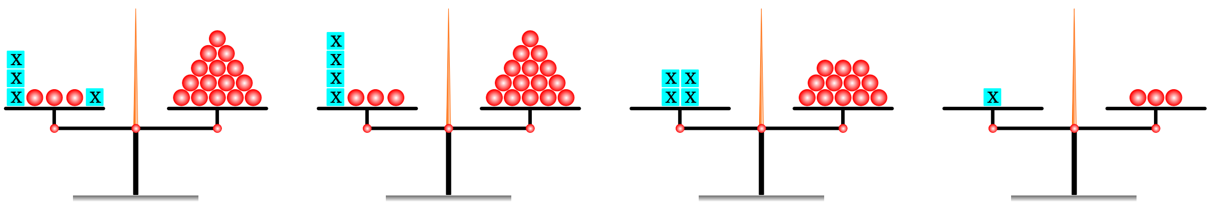
3.1 Auflösen von Gleichungen

Sind zwei verschiedene Terme mit einem *Gleichheitszeichen* verbunden, so spricht man von einer *Gleichung*.

$$\underbrace{\underbrace{3x+3+x}_{\text{Term}} = \underbrace{15}_{\text{Term}}}_{\text{Gleichung}}$$

Eine Gleichung enthält in der Regel eine Variable - meistens x. Es gilt, die Variable x so zu bestimmen, dass die Gleichung erfüllt ist. Das Lösen einer Gleichung besteht nun darin, die Gleichung so umzuformen bis die gesuchte Variable x alleine auf einer Seite steht.

Dazu muss man sich die Gleichung als Balkenwaage vorstellen. Wird auf der einen Seite der Waage etwas verändert, muss auf der anderen Seite die gleiche Veränderung vorgenommen werden, sonst ist die Waage nicht mehr im Gleichgewicht.



ausführliche Schreibweise:

$$\begin{aligned} 3x+3+x &= 15 && \mid \text{TU} \\ 4x+3 &= 15 && \mid -3 \\ 4x+3-3 &= 15-3 && \mid \text{TU} \\ 4x &= 12 && \mid :4 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{12}{4} && \mid \text{TU} \\ x &= \underline{\underline{3}} \end{aligned}$$

übliche Schreibweise:

$$\begin{aligned} 3x+3+x &= 15 && \mid \text{TU} \\ 4x+3 &= 15 && \mid -3 \\ 4x &= 12 && \mid :4 \\ x &= \underline{\underline{3}} \end{aligned}$$

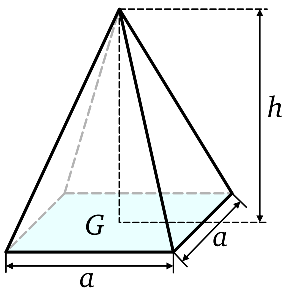
Die Umformungsschritte dürfen die Lösung einer Gleichung nicht verändern. Die umgeformte Gleichung muss *äquivalent* (d.h. gleichwertig) zur vorhergehenden Gleichung sein. Aus diesem Grund nennt man diese Umformungen *Äquivalenzumformungen*.
Äquivalenz- und Termumformungen (TU) schreibt man rechts neben der Gleichung an.

Rechenregel:

Beim Lösen von Gleichungen dürfen folgende *Äquivalenzumformungen* gemacht werden:

1. auf beiden Seiten die gleiche Zahl addieren bzw. subtrahieren.
2. auf beiden Seiten mit der gleichen Zahl ($\neq 0$) multiplizieren bzw. dividieren.

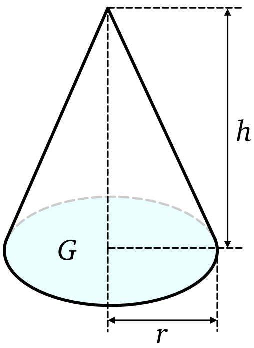
4.3.7 Pyramide



Meistens haben Pyramiden regelmässige Vierecke als Grundfläche. An Stelle einer Deckfläche hat die Pyramide eine Spitze.

Volumen: $\boxed{V = \frac{G \cdot h}{3}}$

4.3.8 Kegel



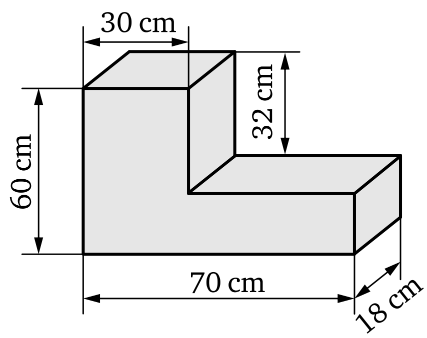
Der Kegel hat als Grundfläche einen Kreis. Statt einer Deckfläche hat er einen einzigen Punkt als Spitze. Diese Spitze liegt über dem Mittelpunkt des Grundflächenkreises.

Volumen: $\boxed{V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{12}}$

Pyramide und Kegel laufen *in einem Spitz* zusammen. Aus diesem Grund kommt in der Volumenformel der Faktor *ein Drittel* vor.

Übung:

❶ Berechnen Sie das Volumen V des Körpers.



Volumen des hochgestellten Quaders (links):

$V_1 = a_1 \cdot b_1 \cdot c_1 = 30\,\text{cm} \cdot 18\,\text{cm} \cdot 60\,\text{cm} = \underline{32\,400\,\text{cm}^3}$

Volumen des liegenden Quaders (rechts):

$V_2 = a_2 \cdot b_2 \cdot c_2 = 40\,\text{cm} \cdot 18\,\text{cm} \cdot 28\,\text{cm} = \underline{20\,160\,\text{cm}^3}$

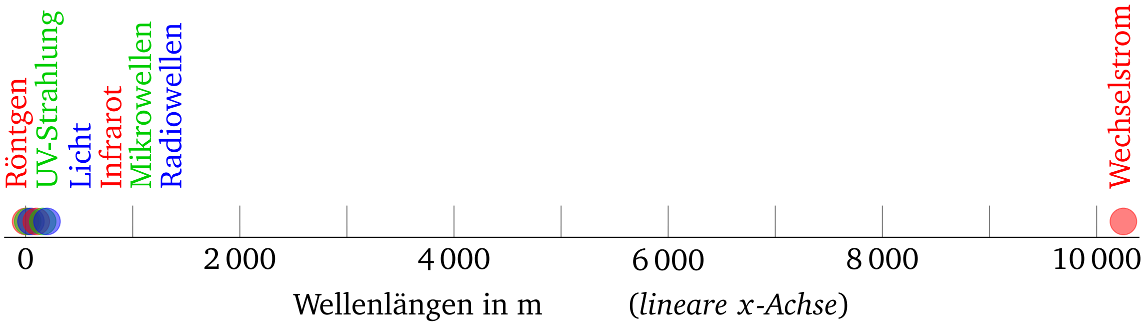
$V = V_1 + V_2 = 32\,400\,\text{cm}^3 + 20\,160\,\text{cm}^3 = \underline{\underline{52\,560\,\text{cm}^3 \approx 52.6\,\text{dm}^3}}$

5.4 Logarithmische Darstellung

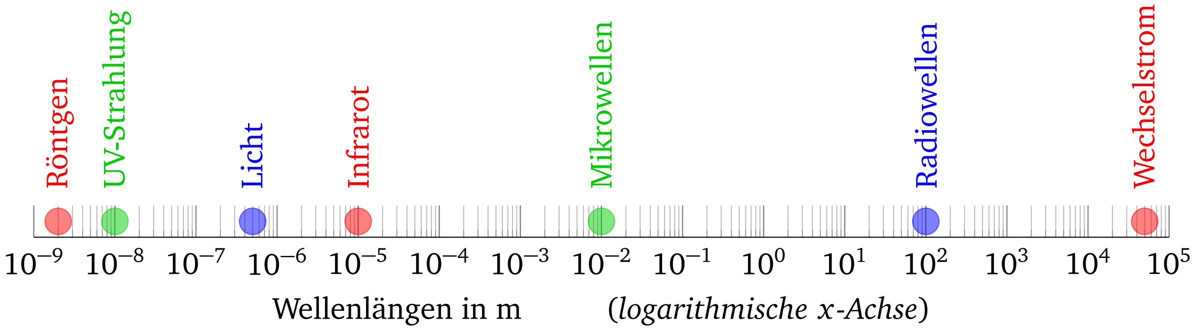
In Wissenschaft und Technik werden Diagramme oft in ein logarithmisches Koordinatensystem gezeichnet. Das heisst, die Skalierung einer oder beider Achsen wächst nicht linear, sondern jeweils um einen Faktor (meist Faktor 10).

Logarithmische Skalen ermöglichen eine übersichtliche Darstellung von Werten vor allem dann, wenn sie sich über sehr grosse Zahlenbereiche erstrecken.

Es sollen die Wellenlängen bekannter elektromagnetischer Wellen auf einer Skala aufgetragen werden. Wählt man eine lineare Skalierung der x-Achse, so zeigt die Zeichnung nur die Wechselströme eindeutig. Alle anderen Wellenlängen sind auf so engem Platz konzentriert, dass praktisch nichts erkannt werden kann.



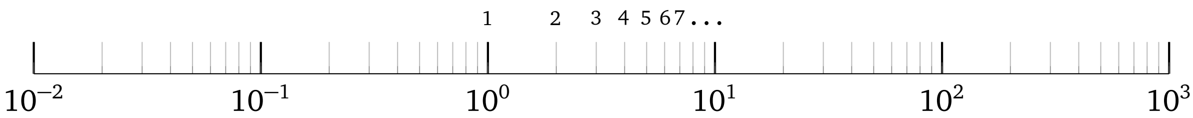
Eine übersichtlichere Darstellung bietet sich an, wenn die Achse nicht linear sondern logarithmisch aufgetragen wird. Dabei ist der Abstand zwischen den Zahlen $1, 2, 3$ usw. nicht mehr konstant.
Konstant hingegen ist der Abstand zwischen den Zahlen $10 = 10^1, 100 = 10^2, 1000 = 10^3$ usw., sofern der 10er-Logarithmus verwendet wird.



Rechenregel:

> Die Skaleneinteilung zwischen 0.1 bis 1 deckt sich mit jener von 1 bis 10, von 10 bis 100, 100 bis 1000, etc.
>
> Bei einer logarithmischen Skala sind die Teilstriche *nicht* in gleichem Abstand, sondern die Abstände werden bei grösseren Werten immer kleiner.

Eine logarithmische Skala mit Hilfslinien, welche sich über mehrere Grössenordnungen erstreckt, hat folgende Gestalt:



1.7 Umstellen von einfachen Formeln

46. Aufgabe

Stellen Sie die Formeln nach den gesuchten Variablen um. Alle diese Formeln werden Sie im ersten Lehrjahr in den Fächern *Elektrotechnik* und *erweiterte Fachtechnik* antreffen.

a) $\boxed{P = U \cdot I}$ $U = ?$

b) $\boxed{W = m \cdot g \cdot h}$ $h = ?$

c) $\boxed{A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}}$ $d = ?$

d) $\boxed{R = \frac{\rho \cdot l}{A}}$ $\rho = ?$ $A = ?$

e) $\boxed{J = \frac{I}{A}}$ $I = ?$ $A = ?$

f) $\boxed{P = I^2 \cdot R}$ $I = ?$ $R = ?$

g) $\boxed{Q = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta}$ $\Delta\vartheta = ?$ $m = ?$

h) $\boxed{P = \frac{n \cdot 3600}{c \cdot t}}$ $c = ?$ $n = ?$

i) $\boxed{s = \frac{a \cdot t^2}{2}}$ $a = ?$ $t = ?$

j) $\boxed{\Delta R = R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta}$ $\alpha = ?$ $R_{20} = ?$

k) $\boxed{P = \frac{U^2}{R}}$ $U = ?$ $R = ?$

l) $\boxed{R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}}$ $R_2 = ?$

47. Aufgabe

Suchen Sie alle falschen Umformungen und kreuzen Sie diese an. Korrigieren Sie!

a) $\boxed{U = R \cdot I}$ ☐ $R = \frac{I}{U}$ ☐ $I = U \cdot R$ ☐ $I = \frac{U}{R}$

b) $\boxed{V = l \cdot b \cdot h}$ ☐ $l = \frac{b \cdot h}{V}$ ☐ $b = V \cdot l \cdot h$ ☐ $h = \frac{V}{l \cdot b}$

c) $\boxed{P = \frac{F \cdot s}{t}}$ ☐ $F = \frac{P \cdot t}{s}$ ☐ $s = \frac{P \cdot t}{F}$ ☐ $t = \frac{P}{F \cdot s}$

d) $\boxed{Z^2 = R^2 + X^2}$ ☐ $Z = R + X$ ☐ $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ ☐ $R = \sqrt{Z^2 + X^2}$

e) $\boxed{W = \frac{C \cdot U^2}{2}}$ ☐ $U = \sqrt{\frac{W \cdot C}{2}}$ ☐ $C = \frac{2 \cdot W}{U}$ ☐ $U = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{C}}$

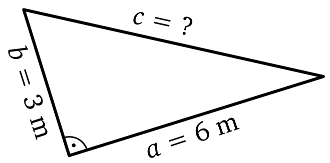
4 Geometrie

4.1 Pythagoras

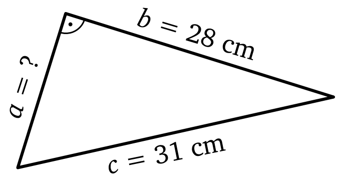
151. Aufgabe

Berechnen Sie die gesuchten Seiten bei den rechtwinkligen Dreiecken.

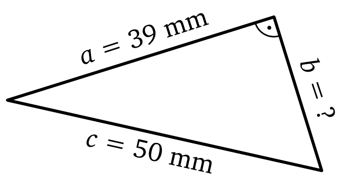
a)



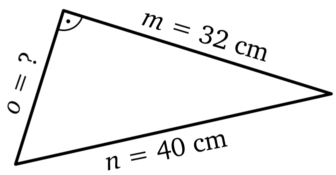
b)



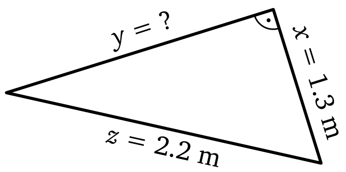
c)



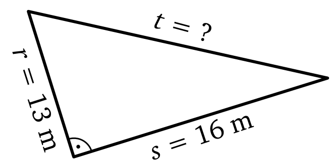
d)



e)



f)



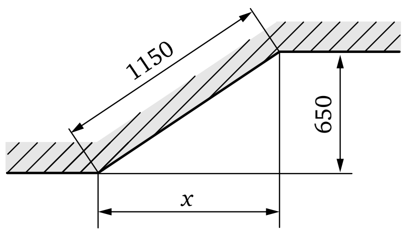
152. Aufgabe

Ein Rechteck ist 4 m lang und 2 m breit. Wie lang ist seine Diagonale d?

153. Aufgabe

Eine Leitung ist nach Skizze verlegt.

Berechnen Sie das Mass x.



154. Aufgabe

Eine Bockleiter hat eine Länge von 3 m. Sie steht am Boden 1.2 m auseinander. Welche maximale Höhe ist möglich?

155. Aufgabe

Bestimmen Sie das Mass a am Freileitungsmast.